

Visitando vizinhos: uma análise da série histórica de produção de bens de capital no Brasil utilizando diagramas de recorrência ¹

Newton Paulo Bueno ²

Resumo

O objetivo do texto é identificar possíveis não linearidades na série de produção de bens de capital brasileira no período janeiro/1975-janeiro/2002. Utilizando a técnica de análise de séries temporais com diagramas de recorrência e o método de previsão por *nearest neighbors*, apresentam-se evidências de que os investimentos no Brasil – tomando como *proxy* a série temporal de produção de bens de capital – seguem uma dinâmica com um componente não linear determinístico não desprezível. Embora não tenha sido objetivo do texto identificar a possível fonte dessa dinâmica, os resultados empíricos alcançados autorizam a supor que a dinâmica macroeconômica brasileira pode ser mais sensível à variabilidade da política econômica do que normalmente se supõe. A implicação disso é que a capacidade de prever esses efeitos, com uma margem estatisticamente aceitável de significância, pode ser muito reduzida em períodos em que a dinâmica da série se torna mais sensível em relação às condições iniciais; as técnicas aqui empregadas, entretanto, sugerem que em certa medida é possível, senão prever a evolução dos investimentos, pelo menos identificar os períodos nos quais essa previsão é menos confiável.

Palavras-chave: Diagrama de recorrência; Vizinhos mais próximos; Bens de capital – Brasil.

Abstract

Encountering neighbors: an analysis of capital goods production in Brazil using recurrence plot diagrams

The objective of the paper is to identify possible non-linearities in Brazilian capital goods production in the period January/1975-January/2002. Using the techniques of recurrence plots diagrams and nearest neighbors forecasting, we found evidences that investments in Brazil present a non negligible non-linear component. Although it has not been the purpose of the paper to identify the possible source of that dynamics, the empiric results found authorize to speculate that the dynamics of some important macroeconomic variables in Brazil might be more sensitive to economic policy variability than it is usually supposed. The implication is that the ability to foresee those effects, within a significant statistical margin, can be very reduced in periods in which the dynamics of the series becomes more sensitive in relation to initial conditions; the techniques here deployed, however, suggest to be possible identify the periods where that forecast is less reliable.

Key words: Recurrence plots diagrams; Nearest neighbors; Capital goods – Brazil.

JEL C13, E22.

(1) Trabalho recebido em abril de 2006 e aprovado em março de 2008.

(2) Professor Associado do Departamento de Economia da Universidade Federal de Viçosa (UFV), Viçosa, MG, Brasil. E-mail: npbueno@ufv.br. O autor agradece ao CNPq pelo suporte financeiro sob a forma de bolsa de produtividade em pesquisa.

Introdução

Entre as técnicas desenvolvidas nas últimas décadas para o estudo de processos não lineares, uma das mais poderosas e de utilização mais acessível, mas ao que se sabe ainda não utilizada em estudos no Brasil, é a análise de séries de tempo com base em diagramas de recorrência (*recurrence plots*).³ A ideia básica é a de que sistemas que obedecem a leis naturais tendem a apresentar regularidades (recorrências) que se manifestam no fato de reproduzirem trajetórias de tempos em tempos. Assim, para colocarmos de forma um tanto imprecisa, mas talvez um pouco mais evocativa, o pressuposto básico que justifica o emprego dessa metodologia é o de que o que ocorrerá amanhã, da perspectiva que temos hoje, reproduzirá em alguma medida o que aconteceu em períodos imediatamente posteriores a situações passadas, as quais podemos identificar como guardando semelhanças com a situação atual. O objetivo deste trabalho é, utilizando essa técnica, procurar evidências de que essas regularidades possam também ser identificadas em processos econômicos, como na dinâmica do investimento no Brasil.

A maior parte da evidência econométrica internacional recente sobre a dinâmica do investimento e de outras variáveis macroeconômicas tem amplamente confirmado o resultado seminal obtido por Nelson e Plosser (1982) de que as séries macroeconômicas, com exceção da taxa de desemprego, apresentam raiz unitária⁴ e assim não são estacionárias em torno de uma tendência determinística, seguindo uma tendência estocástica.⁵ Desenvolvimentos recentes, entretanto, têm sugerido que o fato de não se poder descartar a presença de raiz unitária em uma série de tempo não significa necessariamente que ela não siga uma dinâmica determinística. Significa apenas que ela não segue uma tendência determinística linear.⁶

(3) Para uma resenha dos estudos mais recentes, ver Marwan (2003, cap. 3).

(4) As séries que têm sido analisadas com mais frequência são: PIB, PIB per capita, produção industrial (Mills, 1992; Sosa, 1997), embora outras séries, como poupança, investimento, emprego, taxas de câmbio e velocidade da moeda (Coorey, 1991; Welivita, 1998) tenham sido também ocasionalmente testadas para diversos países. Para uma resenha dessa literatura, ver Bevilacqua e Van Zon (2001).

(5) Uma série estacionária ao longo de uma tendência determinística linear pode ser descrita por: $x_t = \beta t + \alpha + \varepsilon_t$, onde ε_t é i.i.d. (idêntica e independentemente distribuído), β e α são parâmetros e t é o tempo. Em um processo com raiz unitária, a série de tempo é não estacionária e segue um passeio aleatório dado por $x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$. A diferença de uma série deste último tipo para a primeira é que, nesta, as flutuações dadas por ε_t têm efeitos persistentes, isto é, não são absorvidas com o passar do tempo. Como o erro é i.i.d., conclui-se, portanto, que em séries que seguem um passeio aleatório a evolução de x_t depende integralmente de uma variável sobre a qual realmente nada se sabe.

(6) Bevilacqua (2001), por exemplo, mostra que a série de tempo gerada pelo *tent map*, mostrado por Scheinkman (1990), apresenta raiz unitária, mas não é evidentemente estocástica.

Neste trabalho sugere-se que, embora apresente raiz unitária concordando com a evidência empírica internacional recente, a série de produção de bens de capital brasileira – tomada como uma *proxy* para a função investimento – apresenta um componente determinístico importante, isto é, não segue uma trajetória de passeio aleatório. Essa propriedade da dinâmica do investimento no Brasil, se confirmada, pode ter implicações importantes em termos de planejamento econômico. Um dos principais pontos de controvérsia da macroeconomia moderna, a partir do renascimento do interesse na teoria dos ciclos econômicos na década de 1980, diz respeito a se as flutuações na atividade econômica originam-se em fontes externas e incontroláveis, por exemplo, em choques externos de oferta aleatórios, como sugerido pela escola do *Real Business Cycles* (ver, por exemplo, Kydland; Prescott, 1982, 1991; Plosser, 1989), ou endogenamente (ver, especialmente, Grandmont, 1986). As implicações dessas duas visões para a política econômica são radicalmente distintas. De acordo com a primeira, seria muito difícil aumentar o poder de previsão dessas flutuações usando métodos econométricos mais sofisticados do que os lineares e, assim, torna-se impossível calibrar adequadamente as políticas de estabilização, o que sugere a recomendação de não utilizá-las. Se, por outro lado, a primeira visão for correta, as previsões de curto prazo poderiam ser melhoradas com tais técnicas e as políticas de estabilização teriam melhor chance de funcionarem (embora tais técnicas, ainda hoje, passados 20 anos da resenha de Grandmont mencionada acima, não estejam suficientemente desenvolvidas para gerar previsões muito melhores que as tradicionais). Na realidade, ambas as visões estão provavelmente corretas em algum grau (Sheinkman, 1990); contribuir para determinar esse grau, isto é, para avaliar em que medida existe um grau de não linearidade determinística relevante na série de investimentos brasileira, é o objetivo deste trabalho.

O artigo está organizado em cinco partes, além desta introdução. Na primeira seção apresentam-se a técnica do diagrama de recorrência e o método de estimação dos “vizinhos mais próximos” a serem utilizados na parte empírica do trabalho; na segunda, visto que essas técnicas não são usuais em trabalhos aplicados no Brasil, apresenta-se um exemplo completo de aplicação a uma função totalmente determinística, com o objetivo de familiarizar o leitor com os procedimentos adotados na Seção 3. Nessa seção, aplica-se a metodologia à análise da série mensal de produção brasileira de bens de capital no período janeiro/1975-janeiro/2002 e apresentam-se os resultados que sustentam a hipótese da presença de não linearidade na série. A Conclusão do trabalho indica algumas implicações de política da hipótese de não linearidade.

1 Espaço de fase, diagramas de recorrência e previsão em sistemas recorrentes⁷

A técnica de diagramas de recorrência é um método de análise de dados criada para estudar sistemas dinâmicos físicos dissipativos por Eckmann et al. (1987). Uma propriedade fundamental desses sistemas é o fato de que, embora possam ser altamente sensíveis em relação às condições iniciais, como o clima, por exemplo, eles tendem a passar por trajetórias similares de tempos em tempos. Por essa razão,⁸ uma das vantagens cruciais desse método sobre as demais técnicas não lineares de análise de dados é que ele é especialmente apropriado para estudar séries de tempo relativamente curtas e não estacionárias. Diagramas de recorrência permitem visualizar essas regularidades na evolução de sistemas dinâmicos. Antes de passar a um exemplo que permitirá ao leitor não familiarizado com o assunto acompanhar mais facilmente a exposição da parte empírica do trabalho, explicitemos matematicamente os conceitos envolvidos.

A trajetória de um sistema dinâmico $\bar{x}_{(t)}$ pode ser reconstruída para diferentes dimensões da seguinte forma:

$$\bar{x}_{tm} = (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}) \quad (1)$$

Onde m é a dimensão de imersão, τ a defasagem temporal entre as observações.

Diagramas de recorrência são representações bidimensionais do espaço de fase de sistemas dinâmicos, em que os pontos são dados por:

$$R_{i,j}^{m,\varepsilon_i} = \Theta(\varepsilon_i - \|\bar{x}_i - \bar{x}_j\|), \quad \bar{x}_i \in \mathfrak{R}^m, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (1)$$

Onde $\|\cdot\|$ é a distância euclidiana entre os vetores de estado \bar{x}_i, \bar{x}_j ; N o número de estados representados pelos vetores; ε , um intervalo de delimitação e $\Theta(\cdot)$ a função de Heaviside.⁹ Distâncias dentro do intervalo de delimitação são assinaladas com cores mais claras no diagrama e distâncias superiores, com cores mais escuras; qualquer diagrama de recorrência, portanto, apresentará uma diagonal principal branca.

A forma do diagrama de recorrência poderá variar significativamente dependendo da defasagem temporal e, principalmente, da dimensão escolhida. Escolhas incorretas podem fazer supor que um conjunto de estados está próximo (isto é, que o sistema está repetindo uma determinada fase de sua trajetória)

(7) Esta seção está parcialmente baseada em Marwan (2003).

(8) Isto é devido ao fato de que tais trajetórias em geral são passíveis de serem identificadas sem que haja necessidade de se considerar uma série completa de observações, mas intervalos dessa série.

(9) Ou função de grau unitário.

quando, na verdade, ele não está; diz-se que nesse caso esses pontos, considerados erroneamente próximos, são falsos vizinhos.

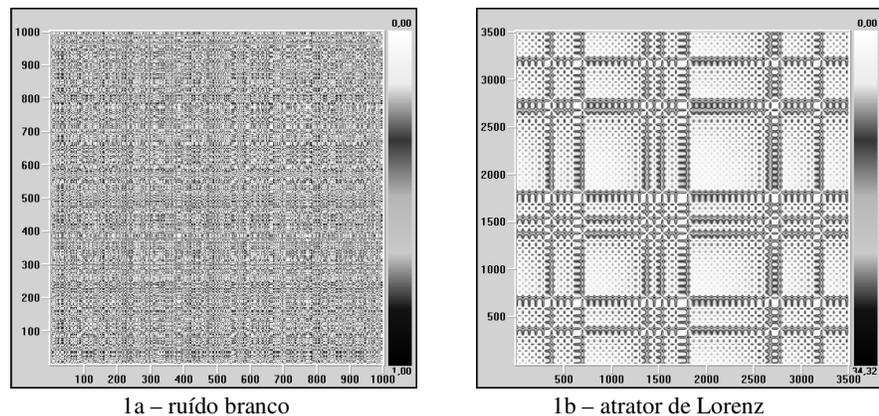
A defasagem temporal entre as observações a serem incluídas nos vetores \vec{x} deve ser escolhida de modo a aproveitar o máximo de informação contido na série de tempo. Um dos métodos mais utilizados é o da Informação Mútua adaptado por Fraser e Swinney (1986) a partir do critério proposto por Shannon e Weaver (1949). Segundo esse método, calcula-se a quantidade de bytes de informação (I_t) que a observação x_{t+n} acrescenta de informação em relação à observação x_t . O gráfico de I_t em relação a x_t é decrescente tendo o valor máximo na origem, visto que, obviamente, x_0 contém o máximo de informação sobre si mesmo.

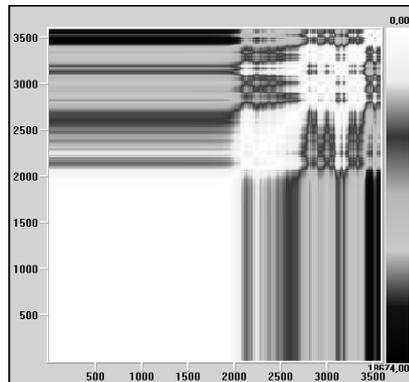
Após determinada a defasagem temporal, determina-se a dimensão de imersão da série, isto é, o número de observações a serem incluídas nos vetores \vec{x} . Um procedimento heurístico especialmente adequado para estudos com a técnica proposta consiste em criar um diagrama de recorrência com uma alta dimensão de imersão, $m=20$ por exemplo (ver Zbilut et al., 2002). Em seguida, reduz-se progressivamente esse valor até o momento em que o diagrama mude significativamente de forma. Visto que essa mudança deve-se a uma alteração topológica da trajetória do espaço de fase, causada pelo surgimento de “falsos vizinhos”, o valor obtido para que essa mudança ocorra deve ser a dimensão de imersão aproximada para a reconstrução do espaço de fase da série.

Diagramas de recorrência apresentam características de larga e de pequena escala. As primeiras definem o que Eckmann et al. (1987) denominaram tipologia e as segundas, textura. Os quatro tipos de diagramas abaixo, construídos com o *software* elaborado por Kononov (1999), representam as principais tipologias.

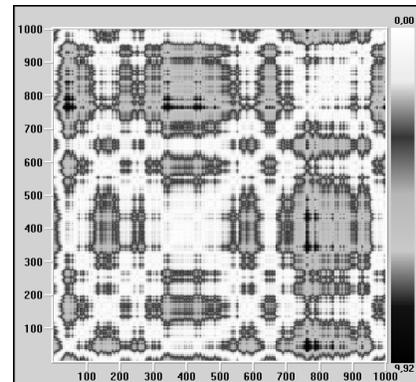
Figura 1

Diagramas de recorrência para séries selecionadas





1c – ibovespa



1d – movimento browniano

Séries de tempo puramente estocásticas, como a Série 1a, produzem diagramas nos quais não se identificam quaisquer padrões na disposição das observações. Já na Figura 1b, construída para o atrator de Lorenz, forma-se um padrão claramente visualizável. Observe-se que nesse caso, embora o sistema seja caótico, seu comportamento é perfeitamente determinístico. Isto é, embora pequenas perturbações nas condições iniciais causem divergências exponenciais nos estados, o sistema retornará a trajetórias similares de tempos em tempos de forma determinística (produzindo conjuntos de pontos brancos e mais escuros regulares no diagrama). A Figura 1c representa um sistema em que os parâmetros variam lentamente gerando uma tendência de crescimento (decréscimo) ou *drift*. Nesse caso, o diagrama apresentará um escurecimento progressivo em seus cantos superior esquerdo e inferior direito, porque as distâncias entre os pontos iniciais e os seguintes vão aumentando com o crescimento da série. O último diagrama (Figura 1d) representa um sistema em que ocorrem mudanças abruptas de dinâmica. Observe-se que o sistema em questão comporta-se de forma estável no período compreendido entre as observações 300 e 500, em que as observações afastam-se pouco umas das outras, e de forma turbulenta no período entre as observações 750-950.

Uma inspeção em maior escala de detalhamento do diagrama indica os chamados padrões de textura, a saber:

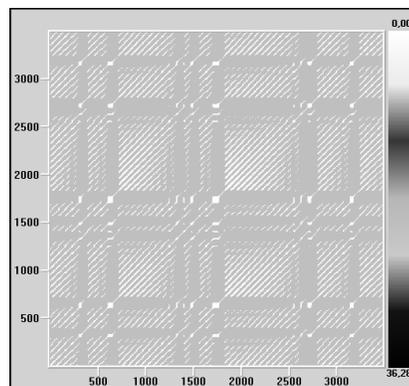
- Pontos ou conjuntos de pontos isolados, como os que ocorrem, por exemplo, por volta da observação 300 na Figura 1d, padrão que indica períodos curtos com elevada turbulência (as observações tendem a se afastar significativamente umas das outras, delimitando regiões com cores mais frias no gráfico).

- Linhas diagonais, como mostrado pelo diagrama da Figura 2a, abaixo, que é uma reprodução em maior nível de detalhamento da Figura 1b. Esse padrão

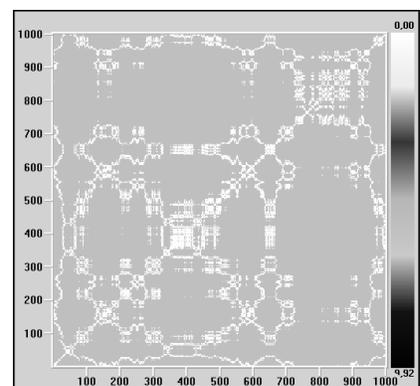
indica que o sistema apresenta segmentos de trajetórias que se desenvolvem paralelamente uns aos outros. Isto é, mostra que a trajetória do sistema visita a mesma região do espaço de fase de tempos em tempos.

– Linhas horizontais (verticais) paralelas, como as que ocorrem na Figura 2b, que reproduz em detalhe a Figura 1d. Nesse caso, o sistema apresenta grande estabilidade durante o período de tempo correspondente à dimensão temporal da linha. Por exemplo, se caminhar para a direita a partir da observação 350, vemos que a distância entre a observação, digamos, 380 e a primeira continua pequena, isto é, tal procedimento forma uma linha horizontal branca. Obviamente, o quadrado branco que se forma nessa região nada mais é do que um conjunto de linhas brancas horizontais (verticais) paralelas.

Figura 2
Diagramas de textura para séries selecionadas



2a: textura da série de Lorenz



2b: textura da série de movimento browniano

Recentemente foram desenvolvidas técnicas, *recurrence quantification analysis* (RQA), que permitem quantificar as características detectadas visualmente em um diagrama de recorrência, referidas acima (ver Webber Jr.; Zbilut, 1994). As principais, que serão empregadas na parte empírica deste trabalho, são as seguintes:

– taxa de recorrência, dada pela expressão:

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{i,j}^{m,\epsilon}$$

que computa o número de pontos brancos no diagrama, sendo uma medida da densidade de pontos de recorrência. Observe-se que essa medida corresponde à

definição de integral de correlação, a qual é um indicador do grau de não linearidade determinística da série¹⁰.

– grau de determinismo, dado por:

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP^\varepsilon(l)}{\sum_{i,j}^N R_{i,j}^{m,\varepsilon}}$$

sendo que $P^\varepsilon(l)$ representa a probabilidade de encontrar pontos de recorrência em um intervalo ε da diagonal (l). Desse modo, esse indicador computa a porcentagem do total de pontos de recorrência que forma linhas diagonais de dimensão l ; observe-se que para $l_{\min}=1$ o grau de determinismo é igual à taxa de recorrência. Processos de comportamento estocástico, diferentemente de processos determinísticos, não apresentam linhas diagonais ou as que apresentam são muito curtas. DET, portanto, é uma medida do grau de previsibilidade do sistema.

– dimensão máxima das linhas diagonais, dada por:

$$L_{\max} = \max\{l_i; i = 1, \dots, N_i\}$$

A presença de diagonais longas tem sido associada ao maior expoente positivo da série (se houver um), isto é, à presença de um sinal caótico.

– grau de laminaridade, calculado como:

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP^\varepsilon(v)}{\sum_{v=1}^N vP^\varepsilon(v)}$$

que, de forma análoga à definição do grau de determinismo, computa a porcentagem de pontos formando estruturas horizontais (verticais) sobre o total de recorrências.

– Tempo de aderência a estruturas horizontais (verticais), dado por:

$$TT = \frac{\sum_{v=v_{\min}}^N vP^\varepsilon(v)}{\sum_{v=v_{\min}}^N P^\varepsilon(v)}$$

Este último indicador contém informações sobre o número e a dimensão das estruturas horizontais (verticais) no diagrama de recorrência.

Sendo constatada a presença de não linearidades determinísticas na série de tempo pelo conjunto de indicadores acima, faz sentido imaginar que se possa fazer previsões a partir das observações existentes com base em segmentos temporalmente anteriores da trajetória do sistema. Em outras palavras, parece

(10) Ver Brock et al. (1993, p. 15-19).

razoável postular que os eventos de “amanhã” reproduzam aproximadamente eventos passados que se seguiram a períodos com características semelhantes às do que estamos vivendo atualmente. A técnica mais utilizada atualmente em vários ramos da ciência para fazer esse tipo de previsão é o método dos “vizinhos mais próximos” (*nearest neighbours*).¹¹

A técnica dos vizinhos mais próximos é não paramétrica no sentido de não ser necessário fazer pressuposições sobre a forma funcional do processo que teoricamente está gerando a série de tempo observada. O modelo, assim, é induzido a partir da própria série de dados. O primeiro passo para induzir o modelo é reconstruir a série de tempo original para dimensão m e defasagem temporal τ , como explicitado em (1).

$$\vec{D}_T = \vec{x}_t = (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}) \quad (2)$$

O passo seguinte é identificar na série de dados o vetor cuja distância euclidiana seja menor em relação ao momento T ; este vetor é identificado com o índice A : \vec{D}_A^* . Assim, se o sistema que a série de tempo representa for determinístico, \vec{D}_T^* descreve os eventos passados a \vec{D}_{T+1} , da mesma forma que \vec{D}_A^* descreve os eventos passados a \vec{D}_{A+1} . A previsão de \vec{D}_{T+1} pela técnica dos vizinhos mais próximos nesse modelo simplificado será, então, \vec{D}_{A+1} .

Para tornar a previsão mais acurada, entretanto, convém considerar não apenas um, mas vários dos vizinhos mais próximos, adotando como previsão a média das observações \vec{D}_{A+1} .

$$\vec{P}_{T+1} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \vec{D}_{A+1}$$

Se o objetivo for fazer previsões em um intervalo, em vez de em um único ponto, uma forma de proceder é fazer a previsão \vec{P}_{T+1} , como acima, incluindo-o em um novo vetor:

$$\vec{D}_{T+1}^* = (\vec{P}_1, \vec{D}_{T+1-h}, \dots, \vec{D}_{T+1-(p-1)h})$$

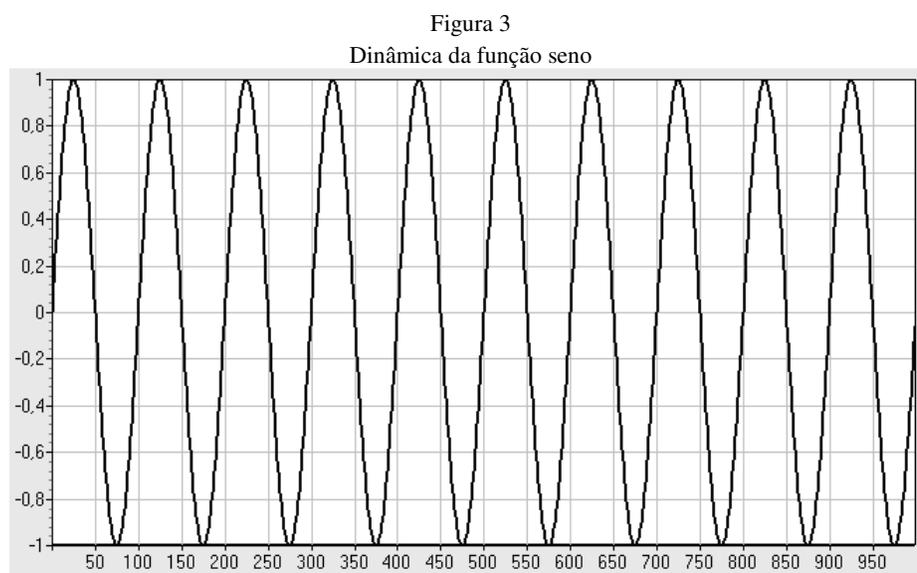
O passo seguinte é identificar o vizinho mais próximo desse vetor, para fazer a previsão P_{T+2} e, assim, sucessivamente.

(11) Ver, entre muitos outros exemplos, Mizrach (1992) e Elms (1994), para previsão de processos econômicos não lineares; Sugihara e May (1990), para a análise de processos epidemiológicos e Hunter (1992), para o estudo de fenômenos climáticos.

O último passo a ser dado é subdividir a série a ser estudada em duas partes: a primeira é utilizada para o ajuste do modelo e a segunda, para sua validação. Na seção seguinte, aplica-se esse instrumental à análise de uma série não linear determinística para consolidar os conceitos apresentados.

2 Um exemplo ilustrativo de análise de séries não lineares: função seno

A Figura 3 retrata a dinâmica da função seno para 1.000 observações:



Imagine-se que desejássemos fazer uma previsão para as 20 observações imediatamente posteriores à milésima observação. Se considerássemos apenas um escalar (um vetor com uma observação) para fazermos essa previsão, poderíamos considerar apenas observações para as quais a série está decrescendo quando, no trecho que desejamos prever, ela de fato está crescendo. Por exemplo, se não utilizarmos uma dimensão de imersão de, no mínimo, 2 considerariamos como vizinhos próximos da observação 1.000, tanto as observações 900, 800, etc. (o que seria correto), como as observações 950 e 850, as quais na verdade são falsos vizinhos, pois a função decresce em seguida a essas observações, quando no momento da previsão ela está crescendo. O procedimento então requer que identifiquemos o *atraso* temporal e a dimensão dos vetores de imersão da série. Utilizando o software *Visual Recurrence Analysis*, encontramos os valores de 3 para o *atraso* (através do cômputo da informação mútua) e 9 para a dimensão de imersão (estabelecida no ponto em que o diagrama de recorrência muda significativamente de forma).

Os indicadores de não linearidade são os seguintes:

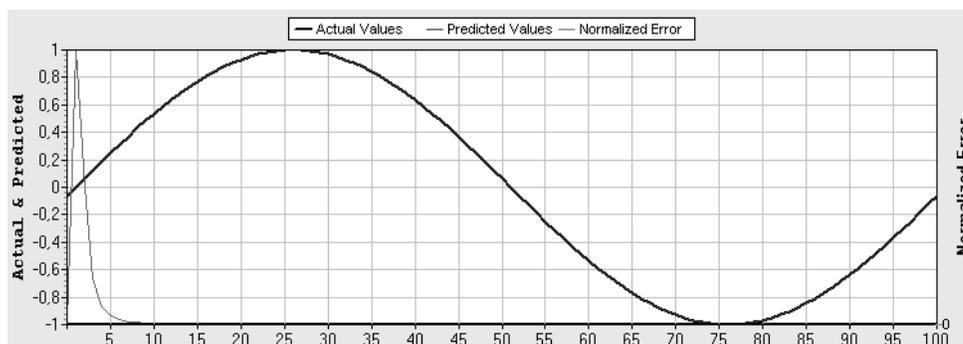
Quadro 1
Indicadores de não linearidade para a função seno

Épocas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RR	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
DET	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
LAM	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TT	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Lmax	24	24	24	24	24	24	24	24	24

Os resultados obviamente indicam uma distribuição totalmente determinística dos pontos de recorrência em cada período de 100 observações, formando linhas de 24 períodos ($L_{max}=24$), em que o sistema retorna à trajetória original. Não se manifesta evidentemente qualquer grau de laminaridade ($LAM=0$) já que o sistema não permanece em repouso em nenhum período; o valor 1 para TT significa que o sistema fica em média um período em cada ponto.

Dado que o sistema é inteiramente determinístico, seria de esperar que, escolhidos adequadamente o *atraso* e a dimensão de imersão, o método dos vizinhos mais próximos gerasse previsões perfeitamente acuradas. É exatamente o que ocorre, como mostra a Figura 4.

Figura 4
Previsão da dinâmica da função seno por
“vizinhos mais próximos”

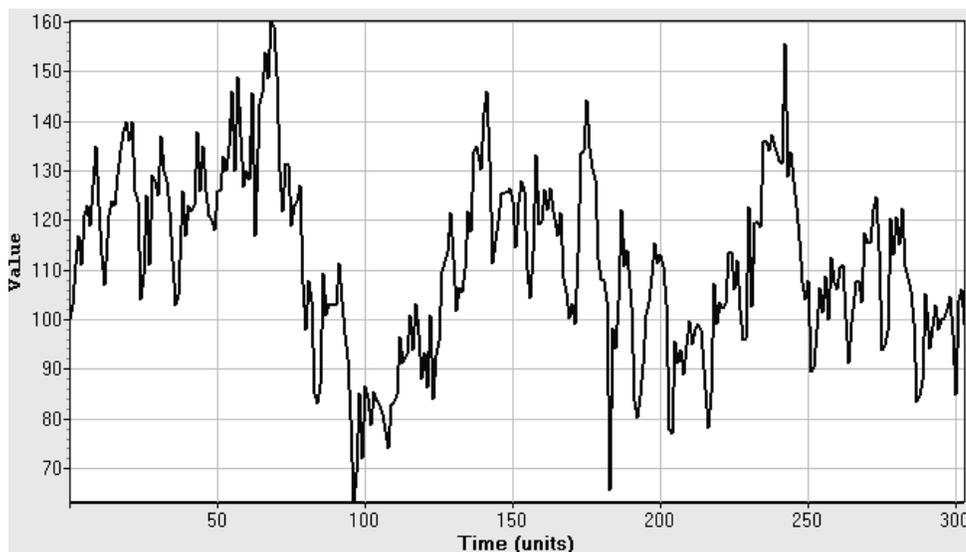


Utilizando um conjunto de dados para estimação dos parâmetros de 900 observações, o método foi capaz de prever com 100% de acerto a evolução das últimas 100 observações da série.

3 A dinâmica da série histórica de produção brasileira de bens de capital

A Figura 5 apresenta a evolução da produção mensal de bens de capital brasileira no período janeiro de 1975 a janeiro de 2004.¹²

Figura 5
Produção de bens de capital em Índice de Quantum (janeiro/1975 – janeiro de 2004)



Embora não apresente tendência linear, a série é não estacionária, como indica o teste Dickey-Fuller, que não permite rejeitar a hipótese nula de presença de raiz unitária ao nível de 5% de significância, corroborando os resultados encontrados na literatura internacional (ver, por exemplo, o texto seminal de Nelson e Plosser, 1982 e, para uma realidade próxima da do Brasil, Sosa, 1997).¹³

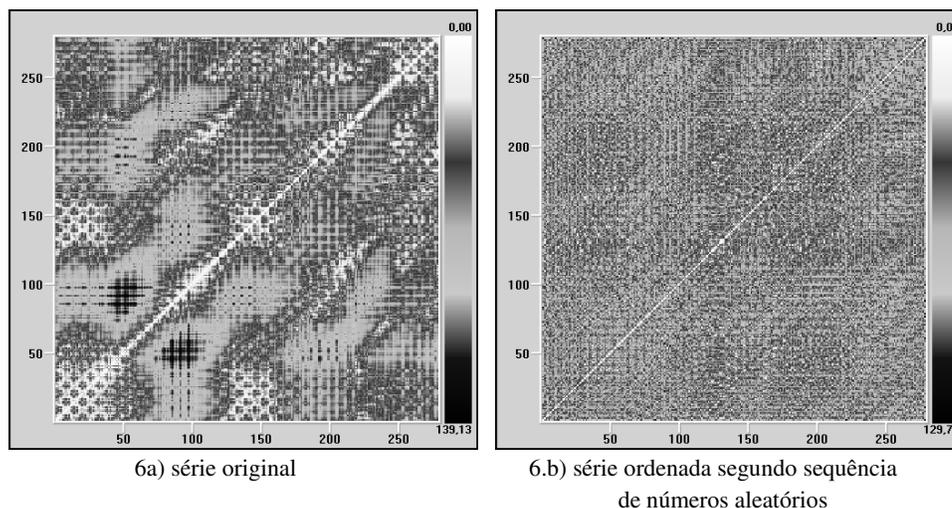
O diagrama de recorrência para a série construído com dimensão de imersão e *atraso* apropriados,¹⁴ entretanto, não sugere que as flutuações no índice sejam eventos idêntica e independentemente distribuídos (i.i.d.), como encontrado na maior parte da literatura acima referida. Se ordenarmos a série por uma sequência de números aleatórios, como na Figura 6b, o padrão apresentado na série original é claramente destruído e a série passa a apresentar um padrão semelhante à de ruído branco, mostrado na Seção 1, Figura 1a.

(12) Índice de quantum, base 1991=100. Fonte: <http://www.ipeadata.gov.br>.

(13) Os testes realizados permitem rejeitar inequivocamente a hipótese de raiz unitária apenas no modelo com tendência e intercepto ao nível de 10% de significância.

(14) O atraso obtido pelo Valor da Informação Mútua é 6 e a dimensão de imersão que altera significativamente a forma do diagrama de recorrência, como visto na Seção 1, é 5.

Figura 6
Diagramas de recorrência para a série de produção de bens de capital – série original e série ordenada aleatoriamente



Observe-se que o diagrama da série original apresenta claramente conjuntos de linhas diagonais paralelas mais claras, que sugerem que o sistema “visita aperiodicamente” trajetórias próximas (isto é, durante essas “visitas”, as observações não se distanciam muito umas das outras), assim como conjuntos de linhas de coloração mais forte, em que ele se afasta dessas trajetórias. O exame dos indicadores de não linearidade fornece evidência adicional desse fato:

Quadro 2
Indicadores de não linearidade para a série de produção de bens de capital

Épocas	1-60	61	121	181	241
		120	180	240	300
RR	2,881	4,915	2,599	2,655	1,638
DET	0	19,540	0	0	0
LAM	0	0	0	0	0
TT	1	1	1	1	1
Lmax	1	7	1	1	1

Os pontos de recorrência se distribuem com notável regularidade pelo diagrama, tendendo, entretanto, a apresentar maior densidade entre as observações 61-120, isto é, na primeira metade da década de 1980, como indicado pelo índice de laminaridade. Esse indicador, como explicado anteriormente, computa a porcentagem do total de pontos de recorrência que formam linhas diagonais de dimensão. Processos de comportamento estocástico, diferentemente de processos

determinísticos, não apresentam linhas diagonais ou as que ocorrem são muito curtas e o valor de DET será próximo de zero. DET, portanto, é uma medida do grau de previsibilidade do sistema. Nesses anos, formam-se linhas diagonais de até 7 meses, como indicado pelo índice de dimensão máxima das linhas diagonais (Lmax), o que é um indicativo de provável presença de um componente caótico no sistema.

Para identificar com mais precisão a fonte de não linearidade da série é útil calcular a estatística BDS, seguindo o procedimento proposto por Hsieh (1991). Esse procedimento consiste em filtrar a série, procurando-se eliminar três dos quatro tipos de dependência entre as observações, detectáveis pela estatística BDS: i) dependência linear; ii) não estacionaridade produzida por mudança estrutural na série de dados; e iii) dependência estocástica não linear. O objetivo é obter séries de resíduos pós-filtragem do tipo ruído branco. Nesse caso, não deveria haver mais qualquer padrão na série e a estatística BDS deveria ser não significativa. Se isso não ocorrer, isto, é se a estatística BDS for significativa mesmo após a eliminação desses três tipos de dependência entre as observações, pode-se concluir pela presença de não linearidades compatíveis com a presença de caos determinístico na série de produção de bens de capital.

A estatística BDS parte do mesmo princípio utilizado para construir diagramas de recorrência, isto é, da avaliação das distâncias entre as observações ou entre vetores contendo um conjunto de observações. Ao somatório das distâncias contidas em um intervalo ε (pequeno) denomina-se de integral de correlação da série;¹⁵ para séries aleatórias o valor da integral de correlação ($C_{1,T}(\varepsilon)^n$, na fórmula abaixo) será pequeno, visto que os valores das observações distribuem-se normalmente em termos de um valor médio, e grande para séries não lineares, visto que as observações distribuem-se de forma determinística. A integral de correlação para a série ordenada é dada por ($C_{n,T}(\varepsilon)$) na fórmula abaixo; seu valor será relativamente elevado porque a probabilidade de um número maior de observações estarem próximas é maior quando a série não for distribuída aleatoriamente. Dito de uma outra forma, se a série é independentemente e identicamente distribuída (i.e., se as observações são distribuídas aleatoriamente) a probabilidade de uma diferença ser inferior a ε é a mesma do que a de ser superior a esse valor; assim, se representarmos essa série no diagrama de recorrência, ela

(15) A expressão para a integral de correlação de uma série de pontos distribuídos no espaço m-dimensional é dada por:

$$C_{m,T}(\varepsilon) = \sum_{t>s} I_{\varepsilon}(x_t^m, x_s^m) [2/T_m (T_m - 1)]$$

onde

$T_m = T - (m - 1)$, $x_t^m = (x_t, \dots, x_{t+m-1})$ e $I_{\varepsilon}(x_t^m, x_s^m)$ é uma função indicador que iguala 1 se $\|x_t^m - x_s^m\| \leq \varepsilon$ e iguala zero em outros casos.

aparecerá como a Figura 4. Os padrões só surgem quando a probabilidade de as diferenças entre os valores das observações serem menores do que ε for maior do que a das séries IID.

A estatística BDS então é calculada como a diferença entre esses dois últimos valores, isto é, seu valor é dado pela integral de correlação da série original menos os valores dessa integral obtidos para séries de médias e variâncias idênticas, mas distribuídas aleatoriamente. Mais precisamente o valor da estatística BDS, $W_{n,T}$, é dado por:

$$W_{n,T} = \frac{\sqrt{T}[C_{n,T}(\varepsilon) - C_{1,T}(\varepsilon)^n]}{\sigma_{n,T}(\varepsilon)}$$

onde T é o número de observações considerado em uma amostra específica de observações e σ , uma estimativa do erro-padrão assintótico de $[C_{n,T}(\varepsilon) - (C_{1,T}(\varepsilon))^n]$. As simulações para essa estatística realizada pelos autores mostram que ela tende a distribuir-se assintoticamente da forma normal padrão (para mais detalhes, ver Brock et al., 1993).

As estatísticas BDS calculadas para vetores de dimensão 2 a 6, considerando um valor de ε igual a um desvio-padrão da série de dados para as séries com e sem filtragem, são as seguintes:

Quadro 3
Estatística BDS ($\varepsilon/\sigma = 1$) para a série de produção bens de capital

Dimensão	Dados Brutos	Primeira Diferença	Resíduo de GARCH (1,1) ⁽¹⁾
2	43,5	11,2	2,21
3	49,2	12,1	2,80
4	55,0	12,3	3,88
5	63,6	12,2	4,11
6	76,6	11,8	3,96

⁽¹⁾ O modelo que minimizou o critério de Schwartz foi o AR (4) – ARCH (1,1), apresentado abaixo apenas com os termos estatisticamente significativos ao nível de 5% ou menos:

$$I_t = -0,88I_{t-1} - 0,61I_{t-2} - 0,36I_{t-3} - 0,20I_{t-4}$$

$$h_t = 91,69 + 0,18 \varepsilon_t$$

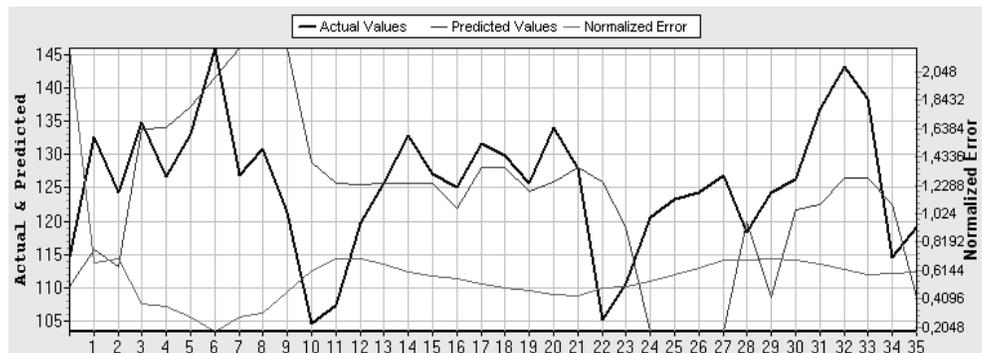
O fato de todas as BDS serem significativas ao nível de pelo menos 5%, mesmo quando se filtra a série pela primeira diferença, o que elimina a não estacionaridade presente, e pelo processo GARCH, o que elimina a heterocedasticidade condicional, corrobora a provável presença de um componente caótico na série. Não se deve desconsiderar, entretanto, a possibilidade de que a rejeição da hipótese nula de linearidade possa ter resultado da presença de *outliers* na série de dados. A reserva quanto aos resultados isolados

dos testes deve ser dobrada porque, além da constatação visual da presença desses *outliers*, é patente que a economia brasileira esteve sujeita a uma série de choques exógenos adversos no período que induziram a adoção de graus variados de intervenção governamental. A utilização conjunta dos testes realizados e indicadores baseados no diagrama de recorrência, contudo, sugere ser justificável a rejeição da hipótese nula.

Esses indicadores tomados em conjunto sugerem, além disso, que a técnica dos vizinhos mais próximos pode fazer um trabalho melhor em termos de previsão desse sistema que o estimador de *passaio aleatório*.

A Figura 7 mostra a previsão realizada pelo método dos “vizinhos mais próximos” para os últimos meses da série.

Figura 7
Valores estimados mensais para a produção de bens de capital no período janeiro de 2001-janeiro de 2004 e erro normalizado



Para avaliar o desempenho da estimativa acima, uma das opções é utilizar o índice erro normalizado que compara o erro da estimativa feita por “vizinhos mais próximos” com o menor de dois estimadores de *passaio aleatório*, calculado pela expressão abaixo (para previsão *multi-step ahead*):

$$\text{Erro Normalizado} = \max \left(\frac{\sum(p_i - a_i)^2}{\sum(\text{mean} - a_i)^2}, \frac{\sum(p_i - a_i)^2}{\sum(x_{\text{end}} - a_i)^2} \right)$$

onde: mean = média das observações componentes da série utilizada para o ajuste do modelo, x_{end} = última observação da série utilizada para o ajuste do modelo e p_i = valor da previsão para a observação a_i componente do período de previsão.

O valor obtido de 0,60 significa que o desempenho do estimador calculado é quase duas vezes melhor do que o de *passaio aleatório*. Essa é uma evidência adicional de que a série estudada possui um componente determinístico não linear importante em sua dinâmica.

Conclusão

Apresentaram-se evidências de que os investimentos no Brasil – tomando como *proxy* a série temporal de produção de bens de capital – seguem uma dinâmica com um componente não linear determinístico não desprezível. Embora não tenha sido objetivo do texto identificar a possível fonte dessa dinâmica, mas apenas testar sua presença na série, os resultados empíricos alcançados autorizam a supor que a dinâmica macroeconômica brasileira pode ser ainda mais sensível à variabilidade da política econômica do que normalmente se supõe. Por exemplo, além de certamente haver defasagens entre modificações na taxa de juros e nível de atividade econômica, a presença de não linearidades pode amplificar significativamente os efeitos dessas variações. Além disso, tudo indica que a capacidade de modelos de prever esses efeitos, com uma margem estatisticamente aceitável de significância, pode ser muito reduzida em períodos em que a dinâmica da série se torna mais sensível em relação às condições iniciais; as técnicas aqui empregadas, entretanto, sugerem que em certa medida é possível, se não prever a evolução dos investimentos, pelo menos identificar os períodos nos quais essa previsão é menos confiável.

Referências bibliográficas

- BEVILACQUA, F. *Nonlinear dynamics in US macroeconomic time series*. Merit-Infonomics RM 2001-035. 2001.
- _____; VAN ZON, A. Random walks and non-linear paths in macroeconomic time series: some evidence and implications. 2001. Disponível em: <http://www.wu-wien.ac.at/inst/vw1/gee/papers/gee!wp22.pdf>.
- BROCK, W. D.; HSIEH, D.; LeBARON, B. *Nonlinear dynamics, chaos, and instability*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1993.
- COOREY, S. *The determinants of U.S. real interest rates in the long run*. Washington, DC: IMF, 1991. (Working Paper, 118).
- ECKMANN, J. P.; KAMPHORST, S. O.; RUELLE, D. Recurrence plots of dynamical systems. *Europhysics Letters*, 5, 1987.
- ELMS, D. Forecasting in financial markets. In: CREEDY, J.; MARTIN, V. *Chaos and non-linear models in economics*. Aldershot, England: Edward Elgar, 1994.
- FRASER, A. M.; SWINNEY, H. L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical Review A*, v. 33, n. 2, 1986.
- GRANDMONT, J. (Ed.). Symposium on nonlinear economic dynamics. *Journal of Economic Theory*, v. 40, 1986.
- HSIEH, D. Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets. *The Journal of Finance*, v. XLVI, n. 5, Dec. 1991.

- HUNTER JR., F. N. Applications of nonlinear time-series models to driven systems. In: CASDAGLI, M.; EUBANK, S. (Ed.). *Nonlinear modeling and forecasting*. SFI Stud. Sci. Complexity, Proc., v. XII. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1992.
- KONONOV, E. *Visual recurrence analysis (VRA)*. 1999.
- KYDLAND, F. E.; PRESCOTT, E. C. Hours and employment variation in business cycle theory. *Economic Theory*, v. 1, n. 1, 1991.
- _____. Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica*, v. 50, n. 6, 1982.
- PLOSSER, C. Understanding real business cycles. *Journal of Economic Perspectives*, v. 3, n. 3, Summer 1989.
- MARWAN, N. *Encounters with neighbours – current developments of concepts based on recurrence plots and their applications*. Phd Thesis–Universitat Postdan, Fakultat Mathematik und Naturwissenschaften, Postdan, 2003.
- MILLS, T. How robust is the finding that innovations to UK output are persistent. *Scottish Journal of Political Economy*, 39, 1992.
- MIZRACH, B. Multivariate nearest-neighbour forecasts of EMS exchange-rates. *Journal of Applied Econometrics*, 7, 1992.
- NELSON, C. R.; PLOSSER, C. I. Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10, 1982.
- SCHEIKMAN, J. A. Nonlinearities in economic dynamics. *Economic Journal*, 100, Supplement. 1990.
- SHANNON, C. E.; WEAVER W. *The mathematical theory of communication*. Chicago: University of Illinois Press, 1949.
- SOSA, E. W. Testing for unity roots and trend breaks in Argentine real GDP. *Economica*, 43, 1997.
- SUGIHARA, G.; MAY, R. M. *Nonlinear forecasting as a way of distinguish chaos from measurement error in time series*. Scripps Institute of Oceanography, University of San Diego, unpublished.
- WEBER JR., C. L.; ZBILUT, J. P. Dynamical assessment of physiological systems and states using recurrence plot strategies. *Journal of Applied Physiology*, v. 76, n. 2, 1994.
- WELIVITA, A. Cointegration tests and the long run purchasing power parity: examination of six currencies in Asia. *Journal of Economic Development*, 21, p. 103-115, 1998.
- ZBILUT, J. P.; ZALDÍVAR-COMENEGES, J. M.; STROZZI, F. Recurrence quantification based Lyapunov exponents for monitoring divergence in experimental data. *Physics Letters A*, v. 297, n. 3-4, 2002.